

# Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

## Муниципальный этап, теоретический тур

2021/2022 учебный год

8 класс

### Решения задач и критерии их оценивания

#### № 1. «Зодиакальные созвездия и нахождение Солнца в них»

**Условие.** На рис. 1 представлены астеризмы некоторых зодиакальных созвездий. Дайте названия этим зодиакальным созвездиям. Определите время года, в которое Солнце пребывает в каждом из указанных созвездий.

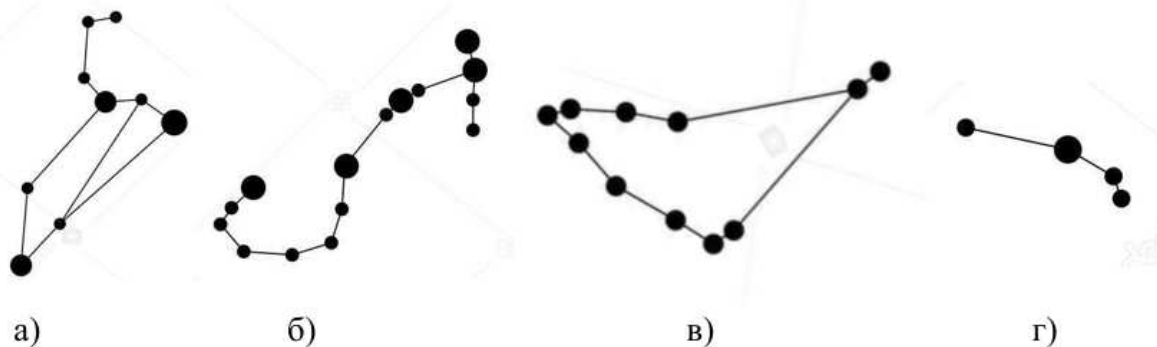


Рис. 1: некоторые зодиакальные созвездия.

**Решение.** На рис. 1 представлены следующие зодиакальные созвездия и соответствующие им времена года, в которые Солнце находится в каждом из указанных созвездий:

| Номер рис-ка       | а)          | б)       | в)      | г)    |
|--------------------|-------------|----------|---------|-------|
| Название созвездия | Лев         | Скорпион | Козерог | Овен  |
| Время года         | Лето, Осень | Осень    | Зима    | Весна |

Таблица 1: к определению зодиакальных созвездий и соответствующих им времен года, в которые Солнце находится в этих созвездиях.

**Ответ:** к задаче представляется данными табл. 1.

#### Рекомендации для жюри.

| Выполненная часть решения задачи            | Балл |
|---------------------------------------------|------|
| За каждое правильно названное созвездие     | 1(4) |
| За каждое правильно определенное время года | 1(4) |

#### № 2. «Параллаксы Проксима Центавра»

**Условие.** Как известно, годичный параллакс самой близкой звезды к Солнцу (Земле) – Проксима Центавра, измеренный с Земли, составляет  $0.746''$ . Чему будет равен параллакс этой звезды, если его измерять вблизи поверхности Сатурна? Орбиты данных планет считать круговыми.

**Решение.** Согласно определению, **годовым параллаксом** небесного тела называется угол ( $\pi_{\oplus}$ ), под которым виден радиус ( $a_{\oplus}$ ) земной орбиты с позиции небесного тела (Т), при условии, что направления на это тело и на Солнце, с позиции земного наблюдателя, взаимно перпендикулярны (см. рис. 2). Согласно рис. 2, из прямоугольного  $\triangle SET$  следует

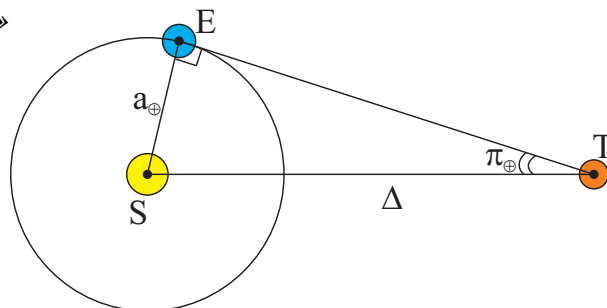


Рис. 2: к определению годичного параллакса звезды.

$$\sin \pi_{\oplus} = \frac{a_{\oplus}}{\Delta}, \quad (1)$$

здесь  $a_{\oplus}$ ,  $\Delta$  – радиус орбиты Земли и расстояние от Солнца до данного небесного тела. Поскольку угол  $\pi_{\oplus}$  является ультрамалым, то можно воспользоваться формулой приближенных вычислений для функции  $\sin \pi_{\oplus}$ :  $\sin \pi_{\oplus} \approx \pi_{\oplus}$  (см. §8 справочных данных). Следовательно формулу (1) можно переписать так

$$\pi_{\oplus} \approx \frac{a_{\oplus}}{\Delta}, \Rightarrow \pi''_{\oplus} = \left( \frac{a_{\oplus}}{\Delta} \right) \times 206265'', \quad (2)$$

здесь  $\pi_{\oplus}$  – годичный параллакс измеряемый в радианах, а  $\pi''_{\oplus}$  – в угловых секундах.

Если все измерения параллакса происходят в окрестности Сатурна, значит в качестве радиуса орбиты следует использовать радиус ( $a_{\text{h}}$ ) орбиты Сатурна. Тогда,

$$\pi''_{\text{h}} = \left( \frac{a_{\text{h}}}{\Delta} \right) \times 206265''. \quad (3)$$

Из выражений (2) и (3) следует, что

$$\frac{\pi''_{\text{h}}}{\pi''_{\oplus}} = \frac{a_{\text{h}}}{a_{\oplus}}, \Rightarrow \pi''_{\text{h}} = \left( \frac{a_{\text{h}}}{a_{\oplus}} \right) \pi''_{\oplus} = 7.116''. \quad (4)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражением (4).

#### **Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                                                                                                                  | Балл |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| С использованием определения годичного параллакса установлена связь между данным параметром и радиусом орбиты Земли в виде (1)                    | 2    |
| Представлена редуцированная формула (2) для годичного параллакса Земли, показана пропорциональная зависимость между параллаксом и радиусом орбиты | 2    |
| Представлена редуцированная формула для годичного параллакса звезды, полученного в окрестности Сатурна в виде (3)                                 | 2    |
| Получена аналитическая формула для годичного параллакса Сатурна в виде (4) + выполнен корректный численный расчет параметра                       | 1+1  |

### **№ 3. «Вспять по орбите...»**

**Условие.** Через какой промежуток времени повторялись бы противостояния Юпитера, если бы он обращался вокруг Солнца, в направлении, противоположном настоящему. На сколько бы (максимально) при этом увеличилось количество противостояний Юпитера за 100 лет? Орбиты классических планет считать круговыми.

**Решение.** Уравнение синодического периода ( $S_{\text{J}}^{(1)}$ ) для настоящего Юпитера представляется в виде:

$$\frac{1}{S_{\text{J}}^{(1)}} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\text{J}}}, \Rightarrow S_{\text{J}}^{(1)} = \frac{T_{\oplus} T_{\text{J}}}{T_{\text{J}} - T_{\oplus}} = 398.9 \text{ сут.} \quad (5)$$

Уравнение синодического периода для Юпитера, движущегося вспять по орбите, представляется в виде:

$$\frac{1}{S_{\text{J}}^{(2)}} = \frac{1}{T_{\oplus}} + \frac{1}{T_{\text{J}}}, \Rightarrow S_{\text{J}}^{(2)} = \frac{T_{\oplus} T_{\text{J}}}{T_{\text{J}} + T_{\oplus}} = 336.9 \text{ сут.} \quad (6)$$

В выражениях (5)-(6)  $T_{\oplus}$ ,  $T_{\text{J}}$  – сидерические периоды обращения Земли и Юпитера вокруг Солнца.

В каждом столетии содержится либо  $N_{\text{max}} = 75 \cdot 365 + 25 \cdot 366 = 36525$  сут, либо  $N_{\text{min}} = 76 \cdot 365 + 24 \cdot 366 = 36524$  сут.

Следовательно минимальное и максимальное количества противостояний настоящего Юпитера за одно столетие составляет

$$\chi_{\text{min}}^{(1)} = \left\lceil \frac{N_{\text{min}}}{S_{\text{J}}^{(1)}} \right\rceil = 91, \quad \chi_{\text{max}}^{(1)} = \left\lceil \frac{N_{\text{max}}}{S_{\text{J}}^{(1)}} \right\rceil + 1 = 92. \quad (7)$$

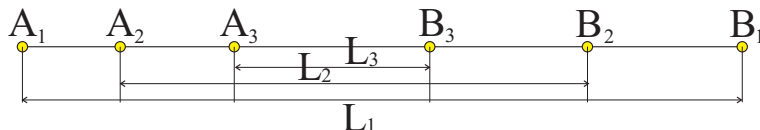


Рис. 3: к определению расстояний  $L_1 \div L_3$  между кораблями.

Минимальное и максимальное количества противостояний Юпитера, движущегося вспять по орбите, за одно столетие составляет

$$\chi_{\min}^{(2)} = \left\lceil \frac{N_{\min}}{S_{\text{ж}}^{(2)}} \right\rceil = 108, \quad \chi_{\max}^{(2)} = \left\lceil \frac{N_{\max}}{S_{\text{ж}}^{(2)}} \right\rceil + 1 = 109. \quad (8)$$

Очевидно, что максимальное приращение количества противостояний Юпитера за столетие составит

$$\Delta\chi_{\max} = \chi_{\max}^{(2)} - \chi_{\min}^{(1)} = 18. \quad (9)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (6), (9).

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                                                                | Балл |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Расчет или использование синодического периода настоящего Юпитера                               | 1    |
| Вычисление синодического периода Юпитера, движущегося вспять                                    | 2    |
| Расчет возможного количества суток в столетии                                                   | 2    |
| Вычисление минимального и максимального количеств противостояний настоящего Юпитера за столетие | 1    |
| Расчет минимального и максимального количеств противостояний "попятного" Юпитера за столетие    | 1    |
| Вычисление максимального приращения количества противостояний Юпитера                           | 1    |

#### № 4. «В далекой-далекой галактике...»

**Условие.** В будущем, чтобы выжить, человечеству обязательно придется научиться покорять межзвездное пространство с помощью космических кораблей нового типа. Представим себе ситуацию – один из возможных вариантов далекого будущего: в межзвездном пространстве навстречу друг другу двигаются два космических корабля. Первый – со скоростью  $v_1 = (1/15)c$ , а второй – со скоростью  $v_2 = 0.1 \cdot c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. В некоторый момент времени первый корабль посылает короткий радиосигнал, который отражается от второго и принимается первым кораблем через  $t = 2.4$  секунды после отправления. Радиосигналы распространяются в открытом космосе со скоростью  $c$ , которая не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. Какое расстояние было между кораблями в момент: 1) отправки сигнала? 2) его отражения от обшивки второго корабля, 3) приема сигнала первым кораблем? Представить ответы к данным величинам в а) км, б) в средних расстояниях от Земли до Луны.

**Решение.** Предположим, что первый корабль в момент посылки радиосигнала был расположен в точке  $A_1$ , а второй – в точке  $B_1$  (см. рис. 3). Расстояние между кораблями в этот момент времени составляло  $L_1$ . Пусть  $t_1$  – время распространения радиосигнала от первого корабля до второго. Тогда радиосигнал и второй корабль за время  $t_1$  прошли вместе путь  $L_1$ :

$$L_1 = (c + v_2)t_1. \quad (10)$$

В момент отражения радиосигнала от обшивки второго корабля, последний находился в точке  $B_2$ , а первый корабль – в точке  $A_2$  и расстояние между ними составляло  $L_2$ . Можно легко заметить, что справедливо выражение вида:

$$A_1A_2 + B_1B_2 = L_1 - L_2 = (v_1 + v_2)t_1. \quad (11)$$

Пусть  $t_2$  – время движения радиосигнала от второго корабля к первому, тогда можно записать еще одно кинематическое уравнение:

$$L_2 = (v_1 + c)t_2. \quad (12)$$

Очевидно, что для промежутков времени  $t_1$  и  $t_2$  справедливо уравнение вида:

$$t = t_1 + t_2. \quad (13)$$

В момент приема радиосигнала первым кораблем последний находился в точке  $A_3$ , а второй корабль – в точке  $B_3$ . При этом расстояние между кораблями было  $L_3$ , которое можно определить так

$$L_3 = L_1 - (A_1A_3 + B_1B_3) = L_1 - (v_1 + v_2)t. \quad (14)$$

Полученная система уравнений (10)-(14) является полной относительно неизвестных величин:  $L_1, L_2, L_3, t_1, t_2$ .

Выразим из уравнений (10), (12) переменные  $t_1, t_2$

$$t_1 = \frac{L_1}{(c + v_2)}, \quad t_2 = \frac{L_2}{(c + v_1)}$$

и подставим их в (11), (13), получаем тогда систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 - L_2 = (v_1 + v_2) \frac{L_1}{(c + v_2)}, \\ t = \frac{L_1}{(c + v_2)} + \frac{L_2}{(c + v_1)}, \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L_2 = L_1 \frac{(c - v_1)}{(c + v_2)}, \\ t = \frac{L_1}{(c + v_2)} + \frac{L_2}{(c + v_1)}, \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = \frac{(c + v_1)(c + v_2)t}{2c} = \frac{44}{75} ct = 4.224 \cdot 10^5 \text{ км} = 1.099 \cdot a_{\zeta}, \\ L_2 = \frac{(c^2 - v_1^2)t}{2c} = 0.498 ct = 3.584 \cdot 10^5 \text{ км} = 0.932 \cdot a_{\zeta} \end{array} \right\}. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует явное выражение для  $L_3$ :

$$L_3 = \frac{(c + v_1)(c + v_2)t}{2c} - (v_1 + v_2)t = 0.42 ct = 3.024 \cdot 10^5 \text{ км} = 0.787 \cdot a_{\zeta}. \quad (16)$$

В выражениях (15)-(16)  $a_{\zeta}$  – радиус (большая полуось) лунной орбиты.

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (15), (16).

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                   | Балл |
|----------------------------------------------------|------|
| Построение системы уравнений (10)-(14)             | 5    |
| Решение данной системы относительно $L_1 \div L_3$ | 3    |

*На решение задач муниципального этапа олимпиады по астрономии школьникам отводится 3 часа.*

# Основные справочные данные

## §1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная –  $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме –  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная –  $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана –  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона –  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона –  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица –  $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек –  $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла –  $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

## §2. Данные о Солнце

- Радиус –  $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса –  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость –  $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина –  $-26.74^m$
- Абсолютная болометрическая звездная величина –  $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) –  $+0.67^m$
- Эффективная температура –  $5778 \text{ К}$
- Средний горизонтальный параллакс –  $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли –  $1360 \text{ Вт/м}^2$
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли –  $600 \text{ Вт/м}^2$

## §3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты –  $0.017$
- Тропический год –  $365.24219 \text{ сут}$
- Средняя орбитальная скорость –  $29.8 \text{ км/с}$
- Период вращения –  $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 –  $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус –  $6378.14 \text{ км}$
- Полярный радиус –  $6356.77 \text{ км}$
- Масса –  $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность –  $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы –  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%),  $\text{Ar}$  ( $\sim 1\%$ )

## §4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли –  $384400 \text{ км}$
- Минимальное расстояние от Земли –  $356410 \text{ км}$
- Максимальное расстояние от Земли –  $406700 \text{ км}$
- Эксцентриситет орбиты –  $0.055$
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике –  $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения –  $27.321662 \text{ сут}$
- Синодический период обращения –  $29.530589 \text{ сут}$

- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* –  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* –  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альbedo* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* –  $-12.7^m$

## §5. Физические характеристики Солнца и планет

| Планета  | Масса                 |             | Радиус |               | Плотность | Период вращения вокруг оси | Наклон экватора к плоскости орбиты | Геометрич. альbedo | Вид. звездная величина* |
|----------|-----------------------|-------------|--------|---------------|-----------|----------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------------|
|          | кг                    | массы Земли | км     | радиусы Земли |           |                            |                                    |                    |                         |
| Солнце   | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 332946      | 695500 | 108.97        | 1.41      | 25.380 сут                 | 7.25                               | –                  | $-26.8^m$               |
| Меркурий | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 0.05271     | 2439.7 | 0.3825        | 5.42      | 58.646 сут                 | 0.00                               | 0.10               | $-0.1$                  |
| Венера   | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 0.81476     | 6051.8 | 0.9488        | 5.20      | 243.019 сут <sup>†</sup>   | 177.36                             | 0.65               | $-4.4^m$                |
| Земля    | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 1.00000     | 6378.1 | 1.0000        | 5.52      | 23.934 час                 | 23.45                              | 0.37               | –                       |
| Марс     | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 0.10745     | 3397.2 | 0.5326        | 3.93      | 24.623 час                 | 25.19                              | 0.15               | $-2.0^m$                |
| Юпитер   | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 317.94      | 71492  | 11.209        | 1.33      | 9.924 час                  | 3.13                               | 0.52               | $-2.7^m$                |
| Сатурн   | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 95.181      | 60268  | 9.4494        | 0.69      | 10.656 час                 | 25.33                              | 0.47               | $0.4^m$                 |
| Уран     | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 14.535      | 25559  | 4.0073        | 1.32      | 17.24 час <sup>†</sup>     | 97.86                              | 0.51               | $5.7^m$                 |
| Нептун   | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 17.135      | 24746  | 3.8799        | 1.64      | 16.11 час                  | 28.31                              | 0.41               | $7.8^m$                 |

\* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## §6. Характеристики орбит планет

| Планета  | Большая полуось |         | Эксцентриситет | Наклон к плоскости эклиптики | Период обращения | Синодический период |
|----------|-----------------|---------|----------------|------------------------------|------------------|---------------------|
|          | млн. км         | а.е.    |                |                              |                  |                     |
| Меркурий | 57.9            | 0.3871  | 0.2056         | 7.004                        | 87.97 сут        | 115.9               |
| Венера   | 108.2           | 0.7233  | 0.0068         | 3.394                        | 224.70 сут       | 583.9               |
| Земля    | 149.6           | 1.0000  | 0.0167         | 0.000                        | 365.26 сут       | –                   |
| Марс     | 227.9           | 1.5237  | 0.0934         | 1.850                        | 686.98 сут       | 780.0               |
| Юпитер   | 778.3           | 5.2028  | 0.0483         | 1.308                        | 11.862 лет       | 398.9               |
| Сатурн   | 1429.4          | 9.5388  | 0.0560         | 2.488                        | 29.458 лет       | 378.1               |
| Уран     | 2871.0          | 19.1914 | 0.0461         | 0.774                        | 84.01 лет        | 369.7               |
| Нептун   | 4504.3          | 30.0611 | 0.0097         | 1.774                        | 164.79 лет       | 367.5               |

## §7. Характеристики некоторых спутников планет

| Спутник       | Масса                 | Радиус | Плотность          | Радиус орбиты | Период обращения     | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|---------------|-----------------------|--------|--------------------|---------------|----------------------|--------------------|-------------------------|
|               | кг                    | км     | г·см <sup>-3</sup> | км            | сут                  |                    |                         |
| <b>Земля</b>  |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Луна          | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1738   | 3.34               | 384400        | 27.32166             | 0.12               | -12.7                   |
| <b>Марс</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Фобос         | $1.08 \cdot 10^{16}$  | ~ 10   | 2.0                | 9380          | 0.31910              | 0.06               | 11.3                    |
| Деймос        | $1.8 \cdot 10^{15}$   | ~ 6    | 1.7                | 23460         | 1.26244              | 0.07               | 12.4                    |
| <b>Юпитер</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Ио            | $8.94 \cdot 10^{22}$  | 1815   | 3.55               | 421800        | 1.769138             | 0.61               | 5.0                     |
| Европа        | $4.8 \cdot 10^{22}$   | 1569   | 3.01               | 671100        | 3.551181             | 0.64               | 5.3                     |
| Ганимед       | $1.48 \cdot 10^{23}$  | 2631   | 1.94               | 1070400       | 7.154553             | 0.42               | 4.6                     |
| Каллисто      | $1.08 \cdot 10^{23}$  | 2400   | 1.86               | 1882800       | 16.68902             | 0.20               | 5.7                     |
| <b>Сатурн</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тефия         | $7.55 \cdot 10^{20}$  | 530    | 1.21               | 294660        | 1.887802             | 0.9                | 10.2                    |
| Диона         | $1.05 \cdot 10^{21}$  | 560    | 1.43               | 377400        | 2.736915             | 0.7                | 10.4                    |
| Рея           | $2.49 \cdot 10^{21}$  | 765    | 1.33               | 527040        | 4.517500             | 0.7                | 9.7                     |
| Титан         | $1.35 \cdot 10^{23}$  | 2575   | 1.88               | 1221850       | 15.94542             | 0.21               | 8.2                     |
| Япет          | $1.88 \cdot 10^{21}$  | 730    | 1.21               | 3560800       | 79.33018             | 0.20               | ~ 11.0                  |
| <b>Уран</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Миранда       | $6.33 \cdot 10^{19}$  | 235.8  | 1.15               | 129900        | 1.413479             | 0.27               | 16.3                    |
| Ариэль        | $1.7 \cdot 10^{21}$   | 578.9  | 1.56               | 190900        | 2.520379             | 0.34               | 14.2                    |
| Умбриэль      | $1.27 \cdot 10^{21}$  | 584.7  | 1.52               | 266000        | 4.144177             | 0.18               | 14.8                    |
| Титания       | $3.49 \cdot 10^{21}$  | 788.9  | 1.70               | 436300        | 8.705872             | 0.27               | 13.7                    |
| Оберон        | $3.03 \cdot 10^{21}$  | 761.4  | 1.64               | 583500        | 13.46324             | 0.24               | 13.9                    |
| <b>Нептун</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тритон        | $2.14 \cdot 10^{22}$  | 1350   | 2.07               | 354800        | 5.87685 <sup>†</sup> | 0.7                | 13.5                    |

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## §8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь  $x \ll 1$ , все углы выражаются в радианах.